

TEORIA DOS GRAFOS NA TOMADA DE DECISÃO

Guilherme Yuji FUKUMOTO¹
Paula PILOTO LANGHI²

RESUMO: Introduzindo uma ferramenta muito utilizada na computação e ainda pouco explorada na administração, este artigo busca de forma geral e de fácil compreensão, estudar as possíveis aplicações da Teoria dos Grafos na análise de dados, para assim, servir de base para a tomada de decisão. Este artigo não explica como criar algoritmos ou como estes algoritmos funcionam computacionalmente, pois seu foco é informar a existência da ferramenta e onde ela pode ser utilizada; através de conceitos sobre algumas aplicações.

Palavras-chave: Ferramentas na Tomada de Decisão. Tomada de Decisão. Teoria dos Grafos. Teoria Matemática da Administração.

1. INTRODUÇÃO

Para resolver os diversos problemas que surgem na empresa, é necessário buscar soluções, e assim, escolher a melhor solução entre as possibilidades encontradas; para então tomar uma decisão; para isso, existem diversos métodos e ferramentas criados por pessoas que desejam alcançar o melhor resultado. Uma destas que faz parte da “Teoria matemática da administração” é a Teoria dos Grafos; que pode ser utilizada em diversos problemas de uma empresa, como no setor de Recursos Humanos, gerencia de processos, estocagem de mercadorias ou na logística. O Artigo é uma documentação indireta que faz uma pesquisa bibliográfica em livros voltados para a computação, mas que possuem exemplos na administração.

¹ Discente do 6º termo do curso de Administração das Faculdades Integradas “Antônio Eufrásio de Toledo” de Presidente Prudente. E-mail: Yuji_Tonsmato_12@hotmail.com.

² Docente do curso de Administração das Faculdades Integradas “Antônio Eufrásio de Toledo” de Presidente Prudente. E-mail: paulalanghi@gmail.com

2. TEORIA MATEMÁTICA DA ADMINISTRAÇÃO

“A Teoria Matemática aplicada à solução dos problemas administrativos é conhecida como Pesquisa Operacional (PO). Muito embora a Teoria Matemática não seja propriamente uma escola bem definida, (como a Teoria Clássica ou Teoria das Relações Humanas), mas uma tendência muito ampla que pode ser encontrada em vários autores e estudiosos, cujo número de adeptos e defensores tem aumentado gradativamente, que enfatizam o processo decisório e procuram tratá-lo de modo lógico e racional, através de uma abordagem quantitativa, lógica e determinística. A maior ênfase da Teoria Matemática da Administração está no processo decisório” (MUNIZ, 2004).

E também:

“A TGA recebeu muitas contribuições da Matemática sob a forma de modelos matemáticos para proporcionar soluções de problemas empresariais. Muitas decisões administrativas são tomadas com base em soluções contidas em equações matemáticas que simulam situações reais que obedecem a certas leis ou regularidades. ”
(CHIAVENATO, 2003, p. 441)

3. TEORIA DOS GRAFOS

Teoria dos Grafos é uma ferramenta descoberta no século XVIII com uma aplicação lógica e matemática na modelagem de problemas reais. Onde através desta ferramenta, é possível organizar e analisar informações e assim encontrar soluções para diversas situações, tendo aplicações em diversas áreas; inclusive na Administração (Baseado em Prof. M. Sc. Fábio Francisco da Costa Fontes Março – 2009).

Grafos são utilizados em conjunto com a computação de dados, ou seja, normalmente não é trabalhado de forma manual; e sim, com o uso de algum *software* que realiza os cálculos e encontra a melhor solução.

“A modelagem em grafos pode ser utilizada em uma enorme gama de aplicações [...]. Entre as aplicações destacam-se, classicamente, as seguintes:

- Mapas, especialmente os rodoviários, de rotas aéreas e os ferroviários.

[...]

- Representações de estruturas hierárquicas, como árvores genealógicas e organogramas de administração.
- Representação de estruturas de relacionamentos sociais.
- Manufaturas para a representação de rotas ou fluxo de materiais.

[...]

” (GOLDBARG, 2012, p. 92).

3.1. Conceitos

Grafos são compostos por Vértices e Arestas (exceções não inclusas). A estrutura básica de um grafo, que também é sua definição, é um conjunto de vértices ligados a outros vértices através de arestas. Dependendo da situação e da aplicação da Teoria dos Grafos, ele pode ser orientado ou não orientado, ele pode ou não possuir peso e ele pode ser cíclico ou acíclico (SZWRCFITER, 1984).

Um grafo orientado, também conhecido como Dígrafo, é quando os vértices têm direção e apontam para outro vértice, tendo um sentido único; o que não ocorre em um grafo não orientado que suas arestas têm caminho duplo, onde o sentido é de ida e volta (SZWRCFITER, 1984).

Peso é o valor (normalmente o valor de um custo) de uma aresta, ou seja, é o valor da união entre os vértices. “Um grafo que não possui ciclos é acíclico” (SZWRCFITER, 1984, p. 43); já um grafo que possui ciclos é cíclico.

O ciclos no grafo, ocorre quando o grafo possui uma estrutura fechada, ou seja, partindo de um vértice, é possível retornar a esse mesmo vértice sem repetir os vértices já visitados; são melhores visualizados em dígrafos, onde o sentido evidencia o ciclo (SZWRCFITER, 1984).

3.2. Aprofundamento na Administração

Na administração, a Teoria dos Grafos é uma das ferramentas matemáticas na análise de informações e assim ela é utilizada na tomada de decisão. Sua aplicação abrange diversos setores de uma empresa, podendo ser utilizada na organização de processos, pessoas, materiais e no transporte (GOLDBARG, 2012).

4. MODELOS EXISTENTES E SUAS APLICAÇÕES NA ADMINISTRAÇÃO

4.1. Busca em Largura

O grafo utilizado na busca em largura pode ou não ser orientado e não há a necessidade de peso.

“Algumas aplicações desse algoritmo são: achar componentes conectados, achar todos os nódulos conectados a apenas um componente, achar o menor caminho entre um nó raiz e os outros nós do grafo, testar bipartição em grafos, dentre outras.” (FREIRE, 2012).

A Figura 1 exemplifica a busca em largura.

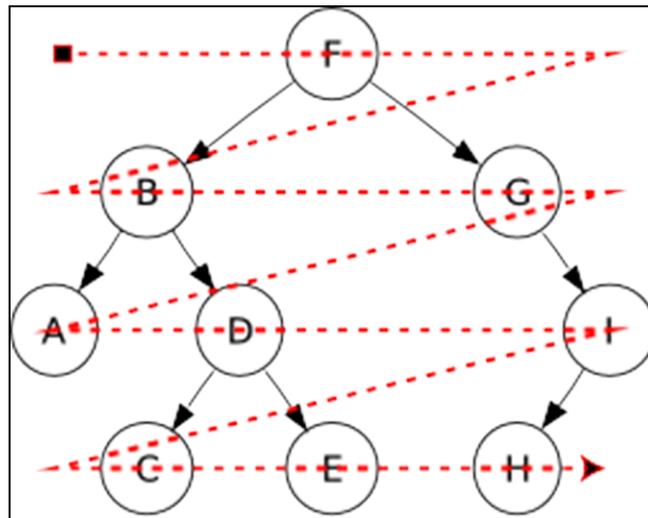


Figura 1 – Busca em Largura (PYTHON HELP, 2015)

4.1.1. Busca em Largura na Descrição de um Novo Cargo

Uma aplicação na administração entraria na descrição de um novo cargo, onde a Busca ajudaria a visualizar as ligações deste novo cargo em relação aos demais cargos; auxiliando na definição dos requisitos do cargo e na observação hierárquica da empresa. Através da Busca, o administrador pode visualizar melhor a organização burocrática da empresa, o que possibilita ao administrador, observar o quão distante este novo cargo está das outras funções; ajudando-o a definir se o novo cargo é realmente necessário e qual as necessidades para a nova função a ser desempenhada.

4.1.2. Busca em Largura no Fornecimento de Produtos

Através da Busca em Largura é possível definir os melhores fornecedores para cada estabelecimento da empresa, onde há uma busca em largura para encontrar as lojas mais próximas àquele fornecedor.

4.2. Caminho Mínimo

Grafos para Caminho Mínimo devem conter peso nas arestas, ou seja, possuir valores (custos) entre dois vértices que são adjacentes (possuem ligação), esses valores serão utilizados para encontrar o menor caminho entre dois vértices. Normalmente o Caminho mínimo trabalha com Dígrafos, o que implica que ele é orientado. O objetivo do Caminho Mínimo é encontrar a ligação, ou conjunto de ligações, entre dois vértices, que possua o menor custo.

A Figura 2 mostra que o caminho mínimo entre *D* e *E* não é *D-E*, mas sim *D-F-E*, com uma distância de 14, sendo o menor caminho entre os dois vértices.

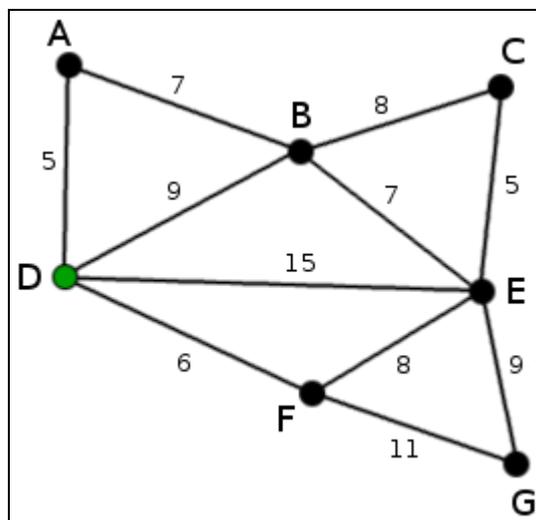


Figura 2 – Menor Caminho (WIKIPEDIA, 2015)

4.2.1. Caminho Mínimo na Logística

A aplicação mais comum para Caminho Mínimo é na parte logística, traçando a rota menos custosa entre 2 locais (vértices), tomando em consideração o sentido (orientação) e a distância/custo (peso) entre eles. Assim, pode-se encontrar a melhor rota entre a empresa e seu cliente; saber utilizar a formulação do peso da aresta é o que melhora a eficiência do método, pois nem sempre a distância é o fator mais custoso, deve-se considerar a condição da estrada e outros custos como o pedágio.

4.2.2. Caminho Mínimo na Gestão de Processos

Outra possível aplicação é na gestão de processos, onde cada etapa do processo (vértice) possui um custo próprio e de transição para o próximo processo (peso). Algumas etapas seguem uma determinada ordem no processo, neste caso a melhor solução é utilizar o Caminho Mínimo junto com a Ordenação Topológica (que será explicada mais adiante) ou, no caso de serem cíclicas, calcular antecipadamente o custo acumulado, que é a soma total das n etapas necessárias, unificando os custos dos ciclos necessários e das etapas que dependem de etapas anteriores. Muitos robôs já fazem uso do algoritmo do caminho mínimo na realização de suas tarefas.

4.3. Ordenação Topológica

Para a Ordenação Topológica ser utilizada é necessário que o grafo seja acíclico. Sua utilização está estritamente ligada a ordem e restrições, pois é utilizada para criar uma sequência com os vértices de forma que todas as restrições devam ser respeitadas.

“Ela se constitui numa maneira natural de dispor os vértices de um dígrafo acíclico em uma linha reta, de modo que todas as suas arestas estejam direcionadas da esquerda para a direita. Vários algoritmos envolvendo dígrafos acíclicos possuem como passo intermediário a computação de uma ordenação topológica ”
(SZWRCFITER, 1984, p. 79-80).

Um exemplo muito utilizado, que é algo do cotidiano, é se vestir para ir ao trabalho. A Figura 4 pode melhor exemplificar o conceito de Ordenação Topológica.

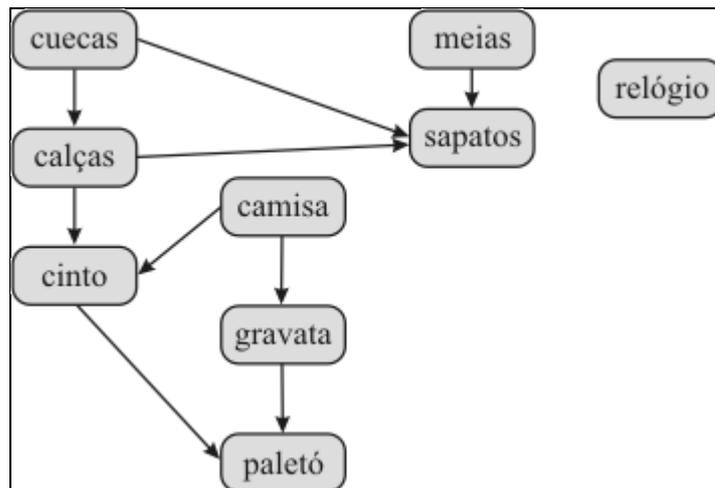


Figura 4 – Ordenação Topológica (DEVEGILI, 2003)

4.3.1. Organização Topológica na Formulação e Organização de Etapas

Por se tratar de uma ordenação que leva em consideração as diversas restrições das etapas, a Ordenação Topológica é excelente para definir e organizar um processo empresarial que possua ao menos 2 etapas dependentes ou com requisito.

4.4. Caixeiro Viajante

O problema do Caixeiro Viajante ocorre em grafos ponderados e que possuem uma forma de retornar ao vértice inicial, pois seu objetivo é encontrar o melhor caminho passando por todos os vértices conectados a origem e no fim retornar ao vértice inicial.

Outra importante característica do Caixeiro Viajante é que ele encontra o caminho mínimo para todos os vértices, sendo uma mistura de busca com caminho mínimo.

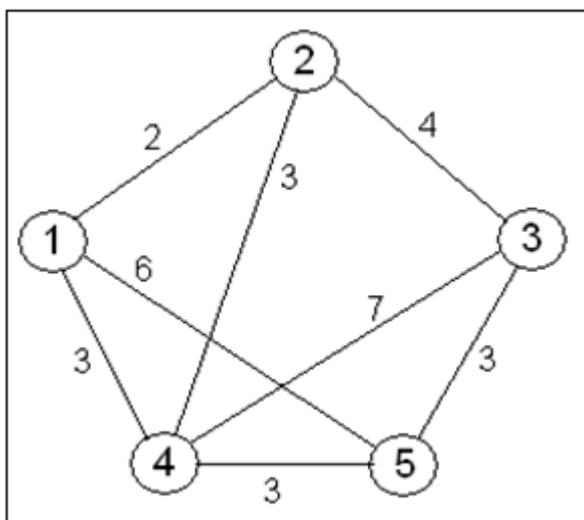


Figura 5 – Exemplo do Caixeiro Viajante (WIKIPEDIA, 2015)

4.4.1. Caixeiro Viajante para Redefinir Layout

Com o uso do algoritmo do Caixeiro viajante é possível otimizar o Layout por encontrar os caminhos mais curtos e mostrar o resultado de forma visual, assim possibilitando organizar os vértices que são relacionados de forma mais próxima.

4.4.2. Caixeiro Viajante para Traçar a Melhor Rota

O problema inicial que levou à criação do problema do Caixeiro Viajante surge da necessidade de realizar vendas em várias cidades da forma mais eficiente. Sendo assim, a aplicação mais comum deste problema é para traçar a

melhor rota que passa por todos os pontos, o que se encaixa na parte logística de saída da empresa, nas entregas.

4.5. Conexidade

A conexidade ocorre tanto em grafos orientados, quanto em dados não orientados. Seu objetivo é verificar se “os vértices do grafo formam uma estrutura contínua, ou seja, os vértices são todos ligados entre si através das relações” (GOLDBARG, 2012, p. 186), classificando-os em conexo e não conexo e, além disso em grafos orientados, verificar o nível de conexão entre determinado conjunto de vértices.

De acordo com Brandão (2008), a conexidade pode ser definida como:

- Simplesmente conexo - todo par de vértices é unido por ao menos uma cadeia.
- Semi-fortemente Conexo - Em todo par de vértices, ao menos um dos vértices é atingível a partir do outro.
- Fortemente Conexo - Em todo par de vértices, os vértices são mutuamente atingíveis.

“A conexidade é um tema que antecede grande parte dos problemas em grafos, não somente os percursos ou caminhos. Possui importantes aplicações nas comunicações, planejamento da produção, logística e transportes” (GOLDBARG, 2012, p. 186).

4.5.1. Operações em Plantas Industriais

Como é possível analisar da Figura 6, existem diversos procedimentos que são divididos em níveis. Esses procedimentos podem ser organizados em forma

de grafo, basta considera-los como vértices e o grafo sendo a união desses procedimentos.

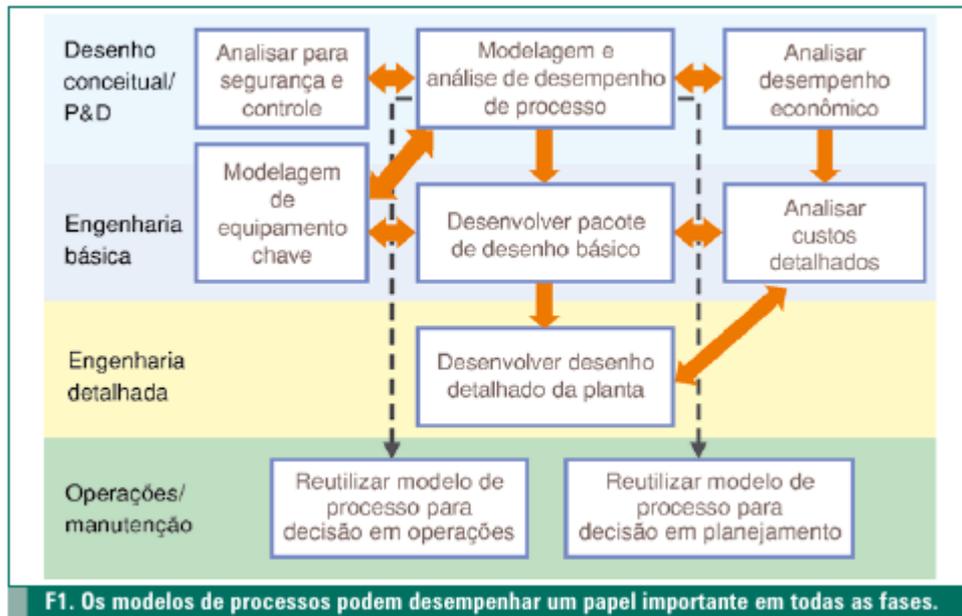


Figura 6 – Divisão de procedimentos em níveis (REVISTA MECATRONICA ATUAL, 2011)

4.5.2. Otimização de Etapas de Fabricação de Produtos

Os ciclos formados nas etapas da fabricação de produto, impossibilita o uso da Organização Topológica, assim, podemos utilizar a conectividade para encontrar a melhor sequência de etapas e melhorar a cadeia de produção por analisar estes ciclos e separa-los em processos dependentes e independentes através das classificações de conectividade.

4.5.3. Gestão e Distribuição de Recursos

Analisando e classificando, de modo geral, conjuntos de vértices, podemos definir como será distribuído tais recursos e também se é possível distribuir tal recursos. Isso é possível pela verificação se há conexão entre os pontos e pela

classificação, que mostra os ciclos nos conjuntos e o quão conexos os vértices pertencentes àquele conjunto são.

4.6. Planaridade

O conceito de planaridade surge do não cruzamento das arestas que não seja no próprio vértice, ou seja, planaridade tem o objetivo de mostrar que em um grafo planar, as arestas podem ser representadas graficamente em um plano sem que haja cruzamento das arestas, já em um grafo não planar, é impossível representá-lo no plano sem que haja cruzamento. Suas primeiras aplicações foram na Cartografia.

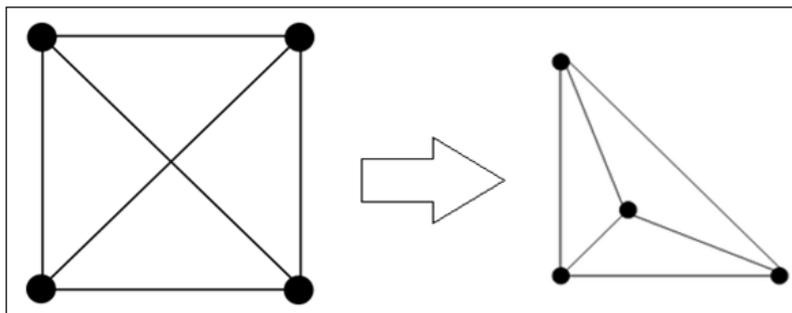


Figura 7 – Grafo Planar – representado sem o cruzamento das arestas (WIKIPEDIA, 2015)

4.6.1. Planaridade na Distribuição de Novas Franquias

Utilizando a o conceito de planaridade, é possível visualizar os melhores locais para novas franquias, visualizando as zonas de abrangência de cada nova loja.

4.6.2. Planaridade no Gerenciamento de Malhas de Transportes

Com a planaridade é possível definir as malhas de transportes, aéreos ou terrestres, pela planaridade possibilitar a visualização e mostrar se é ou não possível aquele projeto, evitando a colisão ou sobreposição de rotas.

5. OUTRAS APLICAÇÕES

5.1. Lavagem de Dinheiro

Contas de banco são vértices e transferências bancárias são arestas. Encontre de onde o dinheiro sai e para que conta bancária ele vai (CLAYTON, 2013).

5.2. Análise de Relações Sociais

Pessoas são vértices e a comunicação via redes sociais, e-mails ou mensagens são as arestas. Desta forma é possível encontrar as pessoas mais influentes dentro da empresa (CLAYTON, 2013).

5.3. Influência do Consumidor

Uma rede social pode ser utilizada para medir a influência do consumidor. Assim, você vai saber o quanto investir nesse consumidor. Um

consumidor pode ser associado às pessoas que ele incentiva a comprar com a empresa ou pelo valor de compra dele (CLAYTON, 2013).

5.4. Afinidade de Produtos

Compra de produtos são vértices e as arestas são a ligação entre os produtos por eles serem comprados juntos, ou vistos juntos na mesma busca online. Encontre o grupo de produtos que são conectados uns com os outros. A aplicação específica da afinidade de produtos é quando a compra de um produto influencia a compra de outro. Identificar produtos que são interligados pode ser usado para incentivar os consumidores a mudar de baixa margem para produtos de alta margem. Ele também pode levar ao aumento da venda cruzada e melhorar a experiência de compra. Afinidade de produto também pode ser utilizado para a elaboração de mensagens mais relevantes e a mais ofertas direcionadas. Um exemplo é a Amazon que tem o sistema “Clientes que compraram este item também compraram”, que é uma aplicação da afinidade de produtos (CLAYTON, 2013).

6. CONCLUSÃO

Teoria dos Grafos é uma ferramenta a ser explorada, pois ainda há muito o que essa ferramenta pode fazer; mas muitas pessoas ainda a. Fazer o uso dessa ferramenta, além de ajudar na visualização, ainda traz resultados para problemas que surgem durante a tomada de decisão, sendo assim de grande importância para auxílio e embasamento, fazendo a análise de um conjunto de dados dispersos e muitas vezes abstratos, se tornem uma informação útil para a empresa.

7. AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente ao Professor Doutor docente na FCT/Unesp Danilo Medeiros Eler por ter ministrado a disciplina de Teoria dos Grafos e ter me inspirado a criar aplicações na Administração, além de ter fornecido todo o material para apoio e bibliografia para pesquisa. Gostaria também de agradecer ao Professor Gilson, por ter me incentivado a escrever artigos científicos e por fim e não menos importante, agradecer minha orientadora por realizar este artigo comigo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRANDÃO, Humberto(2008). **Teoria dos Grafos: Conexidade e Conectividade**. Disponível em: < <http://www.dcc.ufmg.br/~humberto/>> Acesso em 28/08/15.

CHIAVENATO, Idalberto. **Teoria Geral da Administração**.6ª ed. Editora Elsevier Ltda, 2012.

FREIRE, Arthur(2012). Busca em Profundidade e em Largura. Disponível em < <http://www.dsc.ufcg.edu.br/~pet/jornal/junho2012/materias/recapitulando.html>> Acesso em: 26/08/2015.

GOLDBARG, Marco; GOLDBARG, Elizabeth. **Grafos: conceitos, algoritmos e aplicações**. Rio de Janeiro, Editora Elsevier Ltda, Campus, 2012.

MUNIZ, Marcelo(2004). Teoria Matemática da Administração. Disponível em < <http://www.zemoleza.com.br/trabalho-academico/humanas/administracao/teoria-matematica-da-administracao-2/> > Acesso em: 26/08/2015.

NETTO, P.O.B. **Grafos: teoria, modelos, algoritmos**. 2ª ed. São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda, 2001.304p.

PYTHON HELP. Árvores de Busca em Python. Disponível em: <https://pythonhelp.wordpress.com/2015/01/19/arvore-binaria-de-busca-em-python/> . Acesso em 30/08/2015.

Revista Mecatrônica Atual. **Modelos de engenharia utilizados em operações de plantas**. São Paulo, Editora Saber Ltda, 2011. Disponível em: <<http://www.mecatronicaatual.com.br/educacao/1729-modelos-de-engenharia-utilizados-em-operaes-de-plantas>> Acesso em 28/08/2015.

SZWRCFITER, Jayme Luiz. **Grafos e Algoritmos Computacionais**. Rio de Janeiro, Editora Campus Ltda, 1984.

WANGENHEIM, Aldo(2006). **Análise de Agrupamentos**. Disponível em <<http://www.inf.ufsc.br/~patrec/agrupamentos.html>> Acesso em 28/08/2015.

WIKIPÉDIA. **Caixeiro-viajante**. Disponível em <<https://pt.wikipedia.org/wiki/Caixeiro-viajante>> Acesso em 30/08/2015.

WIKIPÉDIA. **Grafo Planar**. Disponível em <https://pt.wikipedia.org/wiki/Grafo_planar> Acesso em 30/08/2015.

WIKIPÉDIA. **Problema do Caminho Mínimo**. Disponível em <[https://pt.wikipedia.org/wiki/Problema do caminho m%C3%ADnimo](https://pt.wikipedia.org/wiki/Problema_do_caminho_m%C3%ADnimo)> Acesso em 30/08/2015.